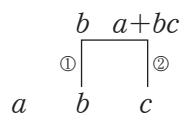


1次不定方程式の特殊解を求める裏技

例題 方程式 $37x + 90y = 1$ をみたす整数 x, y の組を1つ見つけよ。

3つの整数 a, b, c に対し、右図のような「計算」を定義する。

- ① b の上に b をそのまま書く。
- ② c の上に $a + bc$ を計算した値を書く。



STEP 1

大きい方の係数 90 を小さい方の係数 37 で割る。

$$\begin{array}{r} 2 \\ 37 \overline{)90} \\ \underline{74} \\ 16 \end{array}$$

STEP 2

STEP1の余り 16 で、小さい方の係数 37 を割る。割り算は左に書いていく。

$$\begin{array}{r} 2 \quad 2 \\ 16 \overline{)37} \overline{)90} \\ \underline{32} \quad \underline{74} \\ 5 \quad 16 \end{array}$$

STEP 3

同様の計算を余りが 1 になるまで繰り返す（本題はここで終了）。

$$\begin{array}{r} 3 \quad 2 \quad 2 \\ 5 \overline{)16} \overline{)37} \overline{)90} \\ \underline{15} \quad \underline{32} \quad \underline{74} \\ 1 \quad 5 \quad 16 \end{array}$$

STEP 4

STEP3までで得た商にマイナスをつけ、左に 1 を書く。

$$\begin{array}{r} 1 \quad -3 \quad -2 \quad -2 \\ 5 \overline{)16} \overline{)37} \overline{)90} \\ \underline{15} \quad \underline{32} \quad \underline{74} \\ 1 \quad 5 \quad 16 \end{array}$$

STEP 5

左から 3つの数 1, -3, -2 に対し、上で定義した「計算」を行う。

$$\begin{array}{r} -3 \quad 7 \\ 1 \overline{) -3} \overline{) -2} \overline{) -2} \\ 5 \overline{)16} \overline{)37} \overline{)90} \\ \underline{15} \quad \underline{32} \quad \underline{74} \\ 1 \quad 5 \quad 16 \end{array}$$

STEP 6

STEP5で得られた -3, 7 と右列の -2 に対し、再び「計算」を行う。

$$\begin{array}{r} 7 \quad -17 \\ -3 \quad 7 \\ 1 \overline{) -3} \overline{) -2} \overline{) -2} \\ 5 \overline{)16} \overline{)37} \overline{)90} \\ \underline{15} \quad \underline{32} \quad \underline{74} \\ 1 \quad 5 \quad 16 \end{array}$$

こうして得られた 7 と -17 に対し、 $37 \times (-17) + 90 \times 7 = 1$ が成り立つ。よって、 $x = -17, y = 7$ が 1 組の整数解となる。

練習問題

次の方程式をみたす整数 x, y の組を1つ見つけよ。

(1) $71x - 32y = 1$

(2) $30x + 17y = 5$

$x = -9, y = -20$

$x = 20, y = -35$